

El estudio y la evaluación en Matemática

Es frecuente escuchar y observar que la evaluación, en la clase de Matemática, resulta una cuestión de alta complejidad para los docentes, los alumnos y, también, para los padres.

Muchas veces, se plantea cierta incertidumbre respecto de si los alumnos deben “estudiar” para las evaluaciones de Matemática al igual que lo hacen para otras asignaturas, y en tal caso, tampoco se sabe de qué modo deberían hacerlo.

En este capítulo, vamos a reflexionar sobre la posibilidad de que los docentes puedan ayudar a los alumnos en el estudio de esta disciplina y, también, sobre los distintos aspectos relacionados con la evaluación de lo aprendido.

Estudiar Matemática

Para iniciar este análisis, le proponemos que realice la siguiente reflexión:

PENSAR LAS PRÁCTICAS

Recuerde aquellas actividades que usted realizaba cuando se preparaba para rendir un examen de cualquier asignatura que no fuera Matemática. Escríbalas en un papel y luego, intente determinar cuáles de ellas resultarían válidas también para prepararse para una prueba de Matemática.

No es nuestra intención establecer diferencias o similitudes entre los modos de estudiar en cada una de las áreas de conocimiento, sino

que tratamos de establecer, al menos de una manera parcial, qué quiere decir que “un alumno estudia Matemática”. Por ejemplo, pensamos que no siempre resulta claro para los alumnos a qué nos referimos cuando les decimos: “La semana que viene, hay prueba de Matemática: repasen todo lo que vimos sobre *división*”.

Para aproximarnos a lo que los alumnos entienden y hacen cuando deben prepararse para una prueba, a continuación, se transcriben algunas respuestas de chicos de 7.º grado de escuelas primarias y de 1.º año de escuelas medias frente a la pregunta realizada por sus docentes: “¿Qué hacen para prepararse para una prueba de Matemática?”.

- “Leo las reglas de los temas y después hago ejercicios. Luego los corrijo para ver cuánto puntaje tengo. Si tengo buen puntaje, termino, pero si tengo mal puntaje, rehago y rehago todo”.
- “Veo mi carpeta y me pongo a practicar en un cuaderno, poniendo fórmulas y otras cosas”.
- “Miro la carpeta y, si encuentro una regla importante, la copio en un papel aparte”.
- “Si encuentro un problema que no entendí, lo copio y trato de hacerlo otra vez”.
- “Copio uno o dos ejemplos de cada problema”.
- “Algunas veces, le pido a mi papá que me haga problemas”.
- “Miro, estudio los ejemplos que anoté y trato de entenderlos”.
- “Hago los ejercicios que hicimos en clase y repaso cómo se hacen”.
- “Reviso todo lo que aprendí y hago las preguntas de nuevo”.
- “Yo releo mi carpeta y hago un resumen, y anoto unos problemas de ejemplos”.
- “Leo las reglas muchas veces hasta que entre, y luego practico ejercicios hechos en clase muchas veces y, antes del día de la prueba, doy tres repasadas a todo lo que estudié”.

- “No soy como otros que estudian de memoria, simplemente rehago los mismos ejercicios, pero con otros números”.
- “Lo primero que hago es estudiar los dos últimos días. Si es una prueba fácil, estudio solo repasando y prestando mucha atención. Si lo sé, repaso rápido; si tengo dudas, hago ejercicios”.
- “Voy a clases con una maestra particular”.

PENSAR LAS PRÁCTICAS

- ¿Qué opinión le merecen los comentarios de los alumnos en cuanto al significado que le asignan a “estudiar Matemática”?
- ¿Qué otras actividades le parece que sería pertinente desarrollar con los alumnos para que puedan ir construyendo nuevas ideas acerca del significado de “estudiar Matemática”?

Desde la perspectiva que adoptamos, estudiar Matemática va un poco más allá de prepararse para la prueba. Se pretende asociar el estudio a la clase misma de Matemática. Es decir, sabiendo que los niños no siempre disponen de espacios extraescolares donde estudiar, no siempre acceden a libros de Matemática, no siempre se encuentran respaldados por algún adulto que pueda ayudarlos en esta tarea. Proponemos el desafío de generar espacios dentro de la clase, junto al tratamiento de los diferentes contenidos que se abordan, en los cuales los alumnos estudien Matemática desde el marco de trabajo que se ha propuesto en este libro, en cada uno de sus capítulos.

Ahora bien, ¿qué significa “estudiar un concepto matemático”? El estudio se vincula a la actividad del alumno e involucra diversas cuestiones que podrían ser tenidas en cuenta al planificar las acciones de enseñanza. Por un lado, la resolución de diferentes tipos de problemas asociados al concepto que se trata. Pero a su vez, la posibilidad de identificar algunas características en común que tienen esos problemas, lo

¹ Se sugiere la lectura del Documento N.º 2: *La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática - Serie Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio* (2005). Bs. As.: CCBA. Secretaría de Educación.

que permite que todos ellos puedan abordarse desde un mismo concepto matemático. Por ejemplo, si durante una serie de clases se ha propuesto a los alumnos resolver diversos problemas, alternando algunos de suma con otros de resta, una actividad de estudio podría ser revisar en el cuaderno esos problemas, agruparlos según la operación que los resuelve, intentando explicitar de alguna manera el modo de darse cuenta de que “estos se resuelven sumando” y “estos otros se resuelven restando”. O bien, proponer a los alumnos diferentes problemas de suma y de resta, y que la tarea consista en identificar cuáles se resuelven sumando y cuáles restando, explicando cómo hacer para darse cuenta, antes de resolverlo.

En la misma dirección del “repaso” —como parte del estudio—, podrá proponerse a los alumnos volver a leer todos los problemas de sumas y restas que se trataron, y anotar los diferentes modos en que han sido resueltos. Es decir, el repaso de lo que se ha trabajado podría formar parte de una clase en la cual, de manera colectiva y con la intervención del docente, los alumnos puedan identificar cuáles cálculos son más convenientes, cuáles son más económicos, cuáles más fáciles, cuáles más difíciles, etcétera. Este repaso podría, a su vez, incluir el análisis de las dificultades que han tenido, la identificación de los problemas más “fáciles” o de los problemas más “difíciles”, así como “pistas” para darse cuenta de qué conviene hacer para resolverlos. Se trata de acompañar a los alumnos en las tareas de repaso, ofreciendo herramientas que permitan conceptualizar aspectos centrales del contenido que se está estudiando y que conviene recordarse y que esté disponible.

Otra posibilidad es solicitar a los alumnos que revisen los problemas resueltos y, posteriormente, volcar sobre un papel afiche —con ayuda del docente— algunas pistas que se habrán de tener en cuenta para resolverlos bien. Podrán usarse estas pistas frente a nuevos problemas que presenten aspectos similares a los ya trabajados u ofrezcan nuevos sentidos de un mismo conocimiento. Por ejemplo, si durante unas clases, los alumnos se han enfrentado a problemas que demandan leer números (jugar a la lotería, determinar la cantidad de fósforos que hay en una cajita en la cual figura la cantidad que contiene, etcétera), se podrá organizar un momento colectivo en el cual los niños

“dicten al docente” pistas que sirvan para leer bien los números; y el docente podrá escribirlas en un papel afiche para que se recurra a este ante la aparición de nuevos problemas. Un ejemplo de pista podría ser: “Los que empiezan con 9 se leen noventa y...”.

PENSAR LAS PRÁCTICAS

Suponga que, durante unas clases, se trabajó con los alumnos sobre diferentes estrategias para resolver cálculos mentalmente, por ejemplo, con cálculos como los siguientes:

$$\begin{array}{ccccc} 10 + 4 & 10 + 8 & 20 + 3 & 30 + 5 & 40 + 7 \\ 17 - 7 & 28 - 8 & 39 - 9 & 52 - 2 & 64 - 4 \end{array}$$

Planifique una clase en la cual los alumnos deban explicitar el modo más conveniente de resolver cada uno de estos cálculos. ¿Cuáles serían las conclusiones que espera que aparezcan? ¿Cómo registraría estas conclusiones?

Para que este tipo de trabajo vaya progresando, es necesario que el cuaderno o la carpeta de los alumnos sea una herramienta de trabajo en donde quede registrado lo que se va desplegando, tanto los aciertos como los errores. El cuaderno o carpeta debería ser un recurso utilizable, no descartable. Así, será posible avanzar en el afianzamiento de algunos conocimientos mediante la vuelta a lo ya producido. Por ejemplo, si durante algunas clases, se propone a los alumnos resolver problemas que involucren comparar fracciones que tienen el mismo numerador o el mismo denominador, similares a los siguientes:

- “Juan comió $1/2$ kilo de helado. Carlos comió $4/3$ kilo de helado. ¿Quién comió más?”.
- “Una botella contiene $3/2$ litros de gaseosa. Otra contiene $3/4$ litros de gaseosa. ¿Cuál de las dos botellas tiene más?”.
- “Comparar las siguientes fracciones:
 $6/5$ y $5/6$ $4/5$ y $8/7$ $7/3$ y $3/4$ $9/8$ y $15/16$ ”.

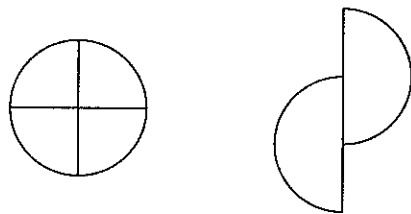
Se podrá planificar una clase en la cual se retomen las diversas maneras que pudieron haber usado los alumnos para comparar las fracciones mediante una consigna como la siguiente: “Revisen los problemas que hicimos en los cuales se trató de decidir qué fracción

era más grande. Hagan una lista de los consejos que sirvan para comparar dos fracciones como las de los problemas”.

Es decir, el repaso involucra no sólo una reflexión sobre lo realizado, sino el intento de producir ciertas generalizaciones a la luz de las estrategias desplegadas frente a los problemas. Por ejemplo, concluir que, para comparar dos fracciones, es posible analizar que, si una es más grande que 1 y la otra es menor, será más grande la que es mayor que 1. Esta estrategia de comparar con un entero podrá servir para otro tipo de fracciones.

Estudiar un concepto matemático también involucra relacionarlo con otros conceptos. En este sentido, “llamar” o “evocar” un cierto conocimiento ya tratado, en el momento adecuado, es parte de la tarea de estudio que podrá propiciar el docente. Por ejemplo, si se proponen a los alumnos diferentes problemas que involucran organizaciones rectangulares asociados a la división², los chicos, probablemente, desplieguen estrategias vinculadas al conteo, realicen dibujos, desarrollen sumas o restas al intentar resolver aquellos. Evocar los problemas de organizaciones rectangulares tratados a propósito de la multiplicación, en algún momento propicio, podría favorecer el establecer relaciones entre la multiplicación y la división, y además, permitirá a los alumnos avanzar en nuevos recursos de cálculo para resolver estos problemas. Esta evocación es responsabilidad del docente.

Un nuevo ejemplo: supongamos que, durante dos clases, los alumnos han resuelto problemas que involucran copiar figuras que contienen circunferencias o arcos de circunferencias³, similares al caso siguiente: “Copien en una hoja en blanco cada uno de los siguientes dibujos, de manera tal que, al superponer el original y la copia, los dibujos coincidan”.



² Ver capítulo 4 “El trabajo con la multiplicación y con la división”.

³ Ver capítulo 6 “Acerca de la enseñanza de la geometría”.

La finalidad de este tipo de actividad se relaciona con la primera identificación de algunas características de la circunferencia. En particular, las ideas de *centro* y de *radio* asociadas al *compás*: dónde se pincha y cuánto se abre.

Una actividad de estudio podría ser la siguiente: “Vuelvan a revisar las figuras que se han copiado en estas dos clases. Armen una lista de consejos para estar seguros de que el copiado sea correcto”.

La expectativa es que los niños puedan identificar que es necesario pinchar el compás en cierto lugar, abrirlo hasta cierta curva, etcétera.

Hay otro tipo de actividades que se podrían proponer a los alumnos con la finalidad de colaborar en el estudio. Una de ellas es elaborar un “apunte” o “machete”. Se trata de recuperar, en cierta medida, algunas de las actividades que se realizan cuando se estudia un tema: subrayar, destacar lo más importante, aquello que conviene recordar.

En muchas oportunidades, elaborar una síntesis de un contenido abordado resulta sumamente útil para identificar algunas relaciones entre cuestiones que no se habían identificado. Y estas prácticas, generalmente, los niños no las reconocen. Se plantea entonces el ayudarlos a elaborar un “machete” como un medio para “organizar un repaso, que no necesariamente debe realizarse antes de una prueba, sino que puede hacerse en cualquier momento del aprendizaje e irse completando”⁴.

Presentamos a continuación un ejemplo del trabajo en torno a la elaboración de un machete desplegado por un maestro de 6.º año de Educación Primaria⁵. Durante aproximadamente un mes y medio de clase, se trabajó sobre la lectura, escritura, la composición y descomposición de números, y las relaciones entre las operaciones y las características del sistema de numeración, en particular, la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros. Se analizaron las características del sistema de numeración posicional decimal, del sistema de numeración romano y las diferencias entre ambos sistemas.

Se propuso a los alumnos hacer un “machete” para la prueba. Se organizó la clase en grupos de cuatro alumnos cada uno, y cada grupo

⁴ Ver Documento N.º 2 (2005): óp. cit.

⁵ Agradecemos la colaboración de Pablo Patriziotti, maestro de 4.º, 5.º y 6.º, área de Matemática del Instituto San Rafael, San Fernando. Prov. de Bs. As.

debía elaborar su propio machete para luego compartirlo con los otros grupos. A modo de ejemplo, se reproduce uno de esos machetes:

*Romones: se repiten hasta 3 veces
no puede repetir doble VLD
para restar una decena 1 sola vez menos VLD cada
rayita que agregas escrita multiplica por mil los rayos
de abajo de 4000 para escrita.*

- A- Saber el anterior y posterior en romano.
B- Escribir en N° romano con símbolos.
C- Escribir en N° natural de romano a natural.
D- Tener q' unir con flechas N° natural con el
correspondiente en romano.

Libro

Cuaderno: 16

- A- Le sumo 1 al N° de la cantidad q' me piden y
obtengo el siguiente.

Alemana

- C- Descomponer y multiplicar por la unidad seguidos de cero.
D- Dividir el divisor por el dividendo y tener a dar el cociente y el resto.
E- Saber como se escribe y el q' nos indica como se escribe el
N° q' nos indica como se lee.

Fotocopias

Más allá de las dificultades que mostraron los alumnos intentando conceptualizar tanto las propiedades como las definiciones, es posible identificar que forman parte del machete los procedimientos

de resolución de algunos de los problemas que se habían desplegado en las clases, una explicitación del tipo de tarea que había que realizar para resolverlos, e incluso, el lugar en el cual se encuentra esa información: el libro, la fotocopia, etcétera.

Esta reflexión conjunta permite que, en el abordaje de otros contenidos, los alumnos incorporen como parte del trabajo la elaboración de un machete, que podrá realizarse de manera individual o colectiva, en función de lo que se busque en ese momento y de la complejidad del tema.

Queda a cargo del docente la decisión de si ese machete puede usarse o no en caso de tomarse una prueba. Incluso, podrá analizarse con los alumnos qué cuestiones pueden y deben figurar en un machete y cuáles no es pertinente que aparezcan. Depende del contenido, del grupo de alumnos y de los objetivos que el docente se proponga evaluar.

En esta primera parte, se han querido mostrar algunas actividades que podrían ayudar a los alumnos a hacerse una idea de qué cuestiones implican el repasar, sintetizar, explicar, generalizar, distinguir, el establecer nuevas relaciones: todas estas acciones como parte del proceso de estudio.

Acerca de la evaluación

Una vez que los alumnos han tenido la posibilidad de participar en las instancias de estudio, del repaso, de la síntesis, integración, evocación, etcétera, generadas por el docente, es pertinente reflexionar sobre la evaluación.

Le proponemos reflexionar sobre la postura enunciada en el Diseño Curricular de la Ciudad de Bs. As.⁶, que sostiene lo siguiente: "... La evaluación en la escuela ha de ser pensada tanto para tener elementos relativos a la marcha de los aprendizajes de los alumnos como para obtener información que permita tomar decisiones de manera más racional y fundamentada para mejorar la enseñanza".

⁶ Ver *Diseño Curricular* (2004). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación.

Es decir, se trata de pensar la evaluación como un modo de obtener información para tomar decisiones didácticas. Pero cierto es que dicha información se vincula en forma muy estrecha con lo que el docente ha abordado con sus alumnos a lo largo de sus clases, en torno a uno o a varios contenidos, y con los conocimientos iniciales que tienen los alumnos cuando se trata el objeto matemático en cuestión. Para avanzar en este tema, le proponemos la siguiente actividad:

PENSAR LAS PRÁCTICAS

Supongamos que se trabajó durante un tiempo con los alumnos de 4.º año/grado de primaria, el concepto de *división*, y se desea evaluar la marcha de los aprendizajes y de la enseñanza. ¿Qué información pretenderá recabar mediante un proceso de evaluación? A modo de ejemplo, proponemos dos cuestiones, extraídas de un *Documento borrador sobre evaluación y expectativas de logros*, de la Dirección de EGB del Ministerio de Educación de la Prov. de Bs. As., del año 1998, relacionadas con algunos aspectos que se propone medir:

1. Si los alumnos reconocen esta operación para resolver problemas de repartos.
2. Si los alumnos identifican la división como una operación inversa del producto.

¿Qué otros aspectos podrían intentar evaluarse? ¿De qué diferentes maneras se podría recabar la información?

Una cuestión que nos parece interesante cuando se trata de evaluar se ve reflejada en los siguientes párrafos⁷:

... uno de los desafíos (...) consiste en evaluar los progresos de cada alumno en relación con los conocimientos que él mismo tenía y en relación con lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo y ahora es evaluado. Es necesario dar nuevas y variadas oportunidades de aprender a quien no lo

⁷ Extraído del *Marco General del Pre-Diseño Curricular* (1999). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.

ha hecho todavía. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos de los alumnos con los suyos propios en el punto de partida, y no solamente con los conocimientos de los otros alumnos. Aquello que un alumno no ha logrado todavía, puede lograrlo en otro momento. ¿Este niño progresa en dirección a aquello que se espera? ¿En qué medida lo que sabe ahora lo pone en mejores condiciones para seguir aprendiendo? ¿Cuáles son los problemas que ahora puede resolver y antes no? ¿Cómo han progresado sus procedimientos de resolución? ¿Ha incorporado nuevas formas de representación?

PENSAR LAS PRÁCTICAS

¿Cuáles cree que pueden ser las finalidades de una evaluación?

En algunas oportunidades, es posible identificar que se utiliza la evaluación tanto con el propósito de juzgar, certificar, acreditar o promover, como con el de comprender los procesos y ayudar al alumno. Pero también, puede ser un instrumento que permita al alumno identificar el estado de su situación con relación a un objeto que se ha enseñado: "En líneas generales, podemos decir que la evaluación oscila entre el deseo de medir a cualquier precio y la voluntad de explicar, de dar sentido a las observaciones que permite hacer" (Bodín, 1997).

Hay una clasificación de las evaluaciones que compartimos con el lector, de acuerdo con las siguientes funciones:

- **Diagnóstica:** permite recabar información sobre el estado de conocimiento de los alumnos y posibilita regular las acciones educativas subsiguientes.
- **Formativa:** permite relevar información acerca de los progresos en los aprendizajes de los alumnos y de la eficacia de las prácticas áulicas, y posibilita realizar ajustes en el proceso de enseñanza.
- **Sumativa:** permite ponderar y acreditar los resultados de diferentes tramos de aprendizaje.

Si bien esta categorización no intenta agotar las funciones de la evaluación...

... pueden resultar funcionales a la hora de especificar acciones y tomar decisiones, pero corren el riesgo de diversificarse de acuerdo a los usos que se hagan de las mismas, sin que resulte simple distinguirlas. Así, un proceso de evaluación con intención formativa puede ser inhibitoria de formación en sus efectos transformándose entonces en sumativa, mientras que, un proceso de evaluación, sumativa en sus intenciones, puede tener efectos formativos totalmente positivos (Bodin, 1997).

A su vez, como la evaluación formativa debería permitir relevar el estado de conocimiento de los alumnos, incide sobre las acciones educativas subsiguientes. Por lo tanto, es también diagnóstica.

Los últimos avances en esta temática superan algunas limitaciones mencionadas. En ese sentido, Palau de Maté (2003) establece otras diferencias en función de las finalidades de la evaluación:

- **Diagnóstico inicial:** permite relevar los conocimientos que han adquirido los alumnos en años anteriores.
- **Diagnóstico continuo:** permite relevar información acerca de los conocimientos de los alumnos a fin de reorganizar los dispositivos de enseñanza y ponderar resultados parciales de los aprendizajes.
- **Acreditación:** permite verificar los resultados y certificar los conocimientos.

De todas maneras, la complejidad de la práctica educativa hace que estas finalidades también se entrecrucen con frecuencia.

Esta especificación de las funciones de una evaluación deja a un lado un aspecto un poco más crítico. Una evaluación podría tener la intención de seleccionar o discriminar. Vale la pena alertar que, en muchas instituciones, la evaluación selecciona o discrimina (tanto a alumnos como a docentes). Más aún, en algunos institutos de formación docente, cuando se aborda la problemática de la evaluación, en numerosas oportunidades, se pretende modelizar mediante la curva de Gauss⁸ los resultados de una "prueba". Pero ¿quién dice que las notas de una evaluación deben seguir la curva de Gauss? ¿Cómo se construyó esta modelización?

⁸ Curva normal que "reparte" los resultados de un examen (con notas de 1 a 10) tal como si fuera el peso de las personas, o la talla, casi en forma estadística: algunos por debajo de 5, muchos entre 5 y 7, y algunos por encima de 7.

Un libro, basado en una investigación del profesor André Antibí⁹, advierte sobre este hecho. Y va más allá. Plantea que muchos docentes son mal conceptuados en sus instituciones pues la media de sus notas es mayor que 8 y varios alumnos obtienen el máximo de puntaje: 10 (como si no hubiera sido posible que el docente haya enseñado muy bien y que sus alumnos hayan aprendido mucho). Así como en otras instituciones —o las mismas— el que figura como el mejor docente es quien "desaprueba" a muchos alumnos (es que es muy "exigente").

En su libro, Antibí sostiene que existe una especie de constante, "la constante macabra", que regula los resultados de los exámenes, más allá de la enseñanza y del aprendizaje. Es decir, tanto la elaboración de la evaluación como su corrección parecen estar "ajustadas" para que los resultados respondan a lo que es "esperable": a un 33%, le debe ir mal; a otro 33%, más o menos bien; y al otro 33%, le debe ir muy bien, más allá de las decisiones didácticas que se adopten. Como muestra, entre miles de casos que el autor analiza, cuenta el de una profesora que tiene dos cursos correspondientes al mismo año, pero que uno es "mucho mejor" que el otro. Sin embargo, ambos cursos tienen el mismo promedio de notas: 5,50. La profesora explica este resultado en función de que "las evaluaciones son diferentes: al curso mejor, les tomo más difícil —para obtener el mismo promedio—", sostiene la docente.

Por último, quisiéramos plantear algunas cuestiones vinculadas tanto al estudio de la Matemática como a su evaluación, intentando, de alguna manera, juntar estos dos aspectos.

Por una parte y como ya dijimos, creemos que la cuestión del estudio en Matemática no puede quedar solamente bajo la responsabilidad del alumno. El docente es quien debe favorecer y orientar la actividad de los alumnos hacia la determinación del objeto que se ha de estudiar. ¿Qué significa "estudiar Matemática"? Tal como dicen los alumnos encuestados: ¿repetir y repetir procedimientos? Justamente, uno de los fenómenos que más afecta a la apropiación de conocimientos es el empleo de algoritmos, fórmulas, etcétera, vacías de todo sentido por no ser objeto de reflexión alguna. Es

⁹ Antibí, A. (2005): *La constante macabra*. Madrid: El rompecabezas.

decir, se trata de alumnos especialistas en hacer procedimientos, pero que no pueden comprender por qué funcionan estos, cómo funcionan ni tampoco en cuáles problemas usarlos y en cuáles no. La posibilidad de que el maestro organice junto con los alumnos momentos de reflexión en los que se sistematicen los aspectos necesarios para ser tenidos en cuenta y por lo tanto, que habrán de ser estudiados, repasados, etcétera, abre nuevos caminos hacia la definición clara de lo que se espera que esos alumnos aprendan.

Otra cuestión para considerar es la particularidad e individualidad que tienen estos procesos. La producción de errores está ligada al estado de saber de cada alumno y, por lo tanto, es particular a ese alumno. Entonces, ¿por qué pensar estas instancias de manera general y uniforme? Los alumnos deberían poder disponer de estrategias, recursos y, sobre todo, de sistemas de alerta para poder prevenir sus errores. Esa tarea no pueden hacerla solos. Necesitan del maestro para que los ayude a detectar sus saberes flojos, sus errores recurrentes; necesitan que el docente les indique o sugiera, por ejemplo, "cuidado con la cuenta de dividir, no olvides controlar la cantidad de cifras del cociente que anticipaste". A otro alumno, le podrá sugerir, si así lo considera pertinente, que estudie aspectos ligados a la numeración; a otro, sobre fracciones, etcétera.

Por otra parte, como ya ha sido mencionado, considerar que las diferentes formas de conocer un concepto matemático dependen de todo lo que un alumno ha tenido oportunidad de realizar con relación a ese concepto permite pensar en dos direcciones: la cantidad de veces que un alumno ha podido interactuar con ese conocimiento y, al mismo tiempo, la diversidad de contextos y usos en los que ha podido reconocerlo y utilizarlo. Es este un punto de partida fundamental para pensar la evaluación de los conocimientos.

Entonces, a la hora de evaluar un determinado concepto, habrá que tener en cuenta:

- ¿Qué elecciones realizó el docente respecto de los tipos de problemas que ese concepto permite resolver, su secuenciación, sus modos de presentación? ¿Incluyó todo el campo de

problemas? ¿Sólo algunos? ¿Qué consecuencias tuvo esa decisión en la construcción de ese conocimiento?

- ¿Qué tipo de interacciones se promovieron entre los alumnos, el docente y las situaciones que se les propusieron?
- ¿Cuáles fueron las modalidades de intervención docente a lo largo del proceso de enseñanza? ¿Orientó la resolución? ¿Toleró la incertidumbre y las soluciones provisionarias? ¿Explicitó los errores?

Se trata de pensar en habilitar a que no sea el maestro el único que evalúa la marcha de los aprendizajes de los alumnos. Es interesante que estos últimos participen, de alguna manera, en la evaluación de lo realizado. Para ello, es imprescindible que, en el plan del trabajo del docente, se incluyan instancias que permitan a los niños tomar conciencia de qué se ha estado aprendiendo, de modo tal de favorecer la reflexión sobre el quehacer individual. Es decir, "...en la medida en que se supere la idea tan difundida de que la evaluación de la producción la hace otro (el maestro, el que sabe), se va a hacer posible un compromiso de los alumnos con la evaluación de sus aprendizajes".

... Aunque es pertinente distinguir la evaluación de la enseñanza de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos, tal distinción no debería ocultar que el aspecto más delicado es justamente detectar qué se puede hacer (en el plano de la enseñanza) para asegurar más y mejores aprendizajes para todos los alumnos. Esto implica asumir un compromiso institucional de ofrecer a los niños una y otra vez oportunidades para aprender tantas veces como les sea necesario¹⁰.

A modo de cierre

Se ha intentado, en este libro, ofrecer a los docentes un aporte para la reflexión necesaria que debemos desarrollar sobre el trabajo matemático en las escuelas. Esperamos haber sido lo suficientemente claros como para que los lectores hayan podido interrogarse sobre el modo en

¹⁰ Ver *Diseño Curricular* (2004): óp. cit.

que se vincula a los alumnos con este recorte de la cultura. Es decir, esperamos haber colaborado en la identificación de que las decisiones didácticas que toman los docentes y las instituciones educativas implican la adopción de una cierta mirada en cuanto al tipo de tarea, al tipo de matemática, a la concepción de enseñanza y de aprendizaje, en síntesis, a un posicionamiento incluso ideológico sobre la transmisión del conocimiento matemático.

Bibliografía

Bibliografía general sobre la enseñanza de la Matemática

- ANTIBÍ, A. (2005): *La constante macabra*. Madrid: El Rompecabezas.
- BODIN, A. (1997): "L'evaluation du savoir mathématiques. Questions et méthodes" en *Recherches en didactiques des mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU, G. (1986): *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. Córdoba (Arg.): Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Univ. Nac. de Córdoba.
- (1994): "Los diferentes roles del maestro", en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.: Paidós.
- (1999): "Educación y didáctica de las Matemáticas", en *Educación Matemática*. México (en prensa), trabajo presentado en el V Congreso Nacional de Investigación Educativa.
- CHARLOT, B. (1986): "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas", conferencia dictada en Cannes.
- CHEVALLARD, Y. (1989): "Le pasaje de l'arithmétique a l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège" *Petit x*, deuxième partie, num. 19.
- M. BOSCH Y J. GASCÓN (1997): *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Horsori.
- Diseño Curricular* (2004). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación.
- Documento de Trabajo N.º 1 *Matemática* (1995). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- Documento N.º 2 *Matemática en el primer ciclo* (1994). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.

- Documento N.º 2 *La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática-Serie Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio* (2005). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- GASCÓN J. (2000): "Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes", Depto. de Matemática, Univesrsitat Autònoma de Barcelona.
- Marco General del Diseño Curricular* (2004). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- Marco General del Pre-Diseño Curricular* (1999). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- PALAU DE MATÉ, C. (comp.) (2003): "Evaluar para enseñar y evaluar para acreditar", en *La enseñanza y la evaluación, una propuesta para matemática y lengua*. Bs. As.: Geema (Grupo Editor Multimedial).
- PANIZZA, M. (comp.) (2003): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As.: Paidós.
- PARRA, C. E I. SAIZ (comps.) (1994): *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.: Paidós.
- SADOVSKY, P. (2005): *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Bs. As.: Libros del Zorzal.

Bibliografía sobre la enseñanza de los números y del sistema de numeración

- BROITMAN, C. Y C. KUPERMAN (2005): *Interpretación de números y exploración de regularidades en la serie numérica*. Propuesta didáctica para primer grado: "La lotería". Bs. As.: Universidad de Bs. As. OPFyL (Oficina de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Letras).
- C. KUPERMAN Y H. PONCE (2003): *Números en el Nivel Inicial*. Propuestas de trabajo. Bs. As.: Hola Chicos.
- CARRAHER, T., D. CARRAHER Y A. SCHLIEMANN (1991): *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI.
- FERREIRO, E. (1986): "El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria", en *Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso*. Bs. As.: CEAL.
- LENER, D. (1992): *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Bs. As.: Aique.
- P. SADOVSKY Y S. WOLMAN (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico", en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de las Matemáticas*. Bs. As.: Paidós.
- NEMIROVSKY, M. (1995): "Leer no es lo inverso de escribir", en A. Teberosky y L. Tolchinsky: *Más Allá de la Alfabetización*. Bs. As.: Santillana.
- Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de los Números en el primer ciclo de la EGB* (2001). Bs. As.: Dirección de Educación General Básica (disponible en www.abc.gov.ar).
- PANIZZA, M. (comp.) (2003): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y en el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Bs. As.: Paidós.
- PARRA, C. E I. SAIZ (1992): *Los niños, los maestros y los números*. Bs. As.: GCBA. Desarrollo Curricular.
- I. SAIZ Y P. SADOVSKY (comps.) (1993-1994): *Número y Sistema de Numeración y Número. Espacio y Medida*. Bs. As.: MCE. PTDF.
- QUARANTA, M. E., P. TARASOW Y S. WOLMAN (2003): "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas", en M. Panizza (comp.): op. cit.

- RESSIA DE MORENO, B. (2003): "La enseñanza del número y del sistema de numeración en el Nivel inicial y en primer año de la EGB", en Mabel Panizza (comp.): op. cit.
- Y M. E. QUARANTA (2006): *Matemática para que aprendan todos. Numeración escrita y cálculo mental en 1.º ciclo. Una experiencia en Centros de Apoyo Escolar*. Bs. As.: Red de Apoyo Escolar.
- WOLMAN, S. (2001): "La enseñanza de los números en el Nivel Inicial y en el primer año de la EGB", en *Letras y Números*. Bs. As.: Santillana.

Bibliografía sobre la enseñanza de las operaciones con números naturales

- Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza* (2006). Bs. As.: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación.
- BRESSAN, A. M. (1998): *La división por dos cifras: ¿un mito escolar?* Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Consejo Provincial de Educación de Río Negro (disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar).
- Y COSTA DE BOGISIC (1996): *La estimación: una forma importante de pensar en matemática*. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Consejo Provincial de Educación de Río Negro (disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar).
- BROITMAN, C. (1999): *La enseñanza de las operaciones en el Primer ciclo*. Bs. As.: Novedades Educativas.
- (2005): *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB*. Bs. As.: Santillana.
- (2005): *Las operaciones en el primer ciclo*. Bs. As.: Novedades Educativas.
- Diseño Curricular para Primer Ciclo* (2004). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- Documento N.º 1 *Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la Matemática en el primer ciclo de la EGB* (1999). Bs. As.: Dirección de Educación General Básica. Gabinete Pedagógico Curricular. Matemática (disponible en www.abc.gov.ar).
- Documento N.º 2 *Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB* (2001): Bs. As.: Dirección de Educación General Básica (disponible en: www.abc.gov.ar).
- Documento N.º 4 *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos de la EGB* (2001). Bs. As.: Dirección de Educación General Básica. Gabinete pedagógico curricular (disponible en www.abc.gov.ar).

- Documento N.º 6 *Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB* (2001). Bs. As.: Dirección de Educación General Básica. Gabinete Pedagógico Curricular, Matemática (disponible en www.abc.gov.ar).
- Escuela de Capacitación Docente CePA (2006): *Pasar la posta, tomar la posta*. Bs. As.: GCBA.
- LERNER, D. (1992): *La matemática en la escuela. Aquí y ahora*. Bs. As.: Aique.
- PARRA, C. (1994): "Cálculo mental en la escuela primaria", en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de las matemáticas*. Bs. As.: Paidós.
- PONCE, H. (2000): *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As.: Novedades Educativas.
- SAIZ, I. (1994): "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir", en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.: Paidós.
- VERGNAUD, G. Y C. DURAND (1983): "Estructuras aditivas y complejidad psicogenética", en C. Coll (comp.): *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Madrid: Siglo XXI.
- WOLMAN, S. (1999): "Algoritmos de suma y resta: ¿por qué favorecer desde la escuela los procedimientos infantiles?", revista del IICE (Bs. As.), núm. 14 (año 8).
- Y M. E. QUARANTA (2000): "Procedimientos numéricos de resolución de problemas aditivos y multiplicativos: relaciones entre aspectos psicológicos y didácticos", revista del IICE (Bs. As.), núm. 16 (año 8).

Bibliografía sobre la enseñanza de los números racionales

- BROITMAN C., H. ITZCOVICH Y M. E. QUARANTA (2003): "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad", *RELIME* (Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa). Publicación oficial de investigación del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, vol. 6, núm. 1 (marzo, 2003), 5-26.
- CENTENO PÉREZ, J. (1988): *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid: Síntesis.
- Documento de trabajo N.º 4 *Actualización curricular Matemática* (1997). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- Documento N.º 4 *Fracciones* (2001). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- Documento N.º 5 *Aportes para el desarrollo Curricular: Matemática: "Acerca de los números decimales: una secuencia posible"* (2001). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- Escuela de Capacitación Docente CePA (2006): *Pasar la posta, tomar la posta*. Bs. As.: GCBA (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- La educación en nuestras manos* (Bs. As.), núm. 71 (mayo de 2004).
- Matemática, fracciones y números decimales 4, 5, 6 y 7* (2006). Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- PONCE, H. (2000): *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As.: Novedades Educativas.
- SADOVSKY, P. (coord.), C. Lamela y D. Carrasco (2005): *Fracciones y números decimales. Apuntes para su enseñanza*. Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.

Bibliografía sobre la enseñanza de la geometría

- BARALLOBRES, G., G. FIORITI, H. ITZCOVICH Y C. SESSA (2002): *Desarrollo curricular en geometría: una experiencia en 1er. y 2do. Año*. Documento Interno. Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula.
- BROITMAN, C. Y H. ITZCOVICH (2003): "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza", en M. Panizza (comp.): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As.: Paidós.
- Documento N.º 3 *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB* (2001): Bs. As.: Dirección de Educación General Básica. Gabinete Pedagógico Curricular. Matemática (disponible en www.abc.gov.ar).
- FREGONA, D (1995): "Diferentes dominios de declaración sobre las figuras", ponencia de la IX CIAEM, Chile.
- GÁLVEZ, G. (1994): "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la Geometría en la escuela elemental", en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.: Paidós.
- ITZCOVICH, H. (2005): *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Bs. As.: Libros del Zorzal.
- MARTÍNEZ, R. Y M. PORRAS (1997): "Un enfoque alternativo de la Enseñanza de las figuras en el Plano en la EGB", *Revista de Educación Matemática*, vol. 12, núm. 3. Universidad de Córdoba.
- (1998): "La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria", *Novedades Educativas* (Bs. As.), núm. 78.
- PARRA, C., P. SADOVSKY E I. SAIZ (1994): *Número, espacio y medida*. Programa de transformación de la Formación Docente. Bs. As.: Ministerio de Cultura y Educación.
- P. SADOVSKY E I. SAIZ (1995): *Enseñanza de la Matemática. Geometría*. Programa de transformación de la Formación Docente. Bs. As.: Ministerio de Cultura y Educación.

- QUARANTA, M. E. Y B. RESSIA DE MORENO (2003): *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial (Matemática)*. Bs. As.: GCBA. Dirección General de Cultura y Educación.
- SADOVSKY, P., C. PARRA, H. ITZCOVICH Y C. BROITMAN (1998): *La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo*. Documento de actualización curricular N.º 5. Bs. As.: GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (disponible en www.buenosaires.gov.ar).
- SAIZ, I. (1996): "El aprendizaje de la Geometría en la EGB", *Novedades Educativas* (Bs. As.), núm. 71.
- (2003): "La derecha... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y en el Primer Ciclo de la EGB", en Mabel Panizza (comp.): *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Bs. As.: Paidós.
- SALIN, M. H y R. BERTHELOT (1994): "La enseñanza de la geometría en la escuela primaria", *Grand N* (Grenoble, Francia), núm. 53 (traducido para el PTFD: Programa de Transformación de la Formación Docente). Ministerio de Educación de la Nación.
- SERRES, M. (1996): *Los orígenes de la geometría*. México: Siglo XXI.
- SESSA, C. (1988): "Acerca de la enseñanza de la geometría", en *Matemática, temas de su didáctica*. Bs. As.: Conicet.

Sobre los autores

Horacio Itzcovich es Profesor universitario de Matemática, se desempeña como integrante del equipo de Matemática de la Dirección de Currícula del Ministerio de Educación del GCBA y es Coordinador del Equipo de Matemática del PEF y Escuelas del Bicentenario (Escuela de Educación-Univ. San Andrés-IIPE-Unesco). Participó en la redacción de diferentes documentos curriculares, así como en la elaboración de libros de texto y libros para docentes.

Beatriz Ressia de Moreno es Licenciada en Psicopedagogía. También, es Co-coordinadora del Equipo Técnico Central (ETC) en el área de Matemática de la Dirección de Capacitación Docente, Dirección de Educación Superior de la provincia de Buenos Aires. Integra el equipo de Matemática en el Proyecto Escuelas del Futuro (PEF) y en el Proyecto Escuela del Bicentenario IIPE-Unesco-Universidad de San Andrés. Además, coordina el Proyecto "Hacia una propuesta de alfabetización en Matemática", dependiente de la Red de Apoyo escolar y Educación complementaria. Asesora en diferentes instituciones educativas nacionales. Es autora de materiales curriculares y de libros de texto.

Andrea Novembre es Profesora de Matemática. Miembro del CePA (Centro de Pedagogías de Anticipación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires). Es miembro del Equipo Técnico Central (ETC) en el área de Matemática de la Dirección de Capacitación Docente, Dirección de Educación Superior de la provincia de Buenos Aires. Integra el equipo PEF (Universidad de San Andrés). También, es miembro del equipo central de Escuelas del Bicentenario (IIPE-Unesco-Universidad de San Andrés). Es autora de varios textos de nivel primario y medio.

María Mónica Becerril es Profesora de Matemática. Se desempeña como docente en CePA, en el Postítulo de Matemática (Escuela de Capacitación Docente), Ministerio de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Integra el Equipo de Matemática del Proyecto Bicentenario IIPE-Unesco-Universidad de San Andrés. Es autora de libros de textos de nivel primario.